Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Gelijke oppervlakten

1 maximumscore 4

- $4x - x^2 = ax$ 1
- $4 - x = a$ (of $x = 0$) 1
- $x = 4 - a$ 1
- $y = a(4-a) = 4a - a^2$ 1

of

- $(4-a\,,\ 4a-a^2)$ ligt op de lijn $y = ax$, want $4a - a^2 = a(4-a)$ 1
- Aangetoond moet worden dat ook $4a - a^2 = 4(4-a) - (4-a)^2$ 1
- $4(4-a) - (4-a)^2$ herleiden tot $4a - a^2$ 2

2 maximumscore 6

- De oppervlakte van het deel van V boven de lijn OA is
  $\int_0^{4-a} (4x - x^2 - ax)\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $4x - x^2 - ax$ is $2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$ 2
- $\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2\right]_0^{4-a} = 2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ 1
- $2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ herleiden tot $\frac{1}{6}(4-a)^3$ 2

of

- De oppervlakte van het deel van V boven de lijn OA is
  $\int_0^{4-a} (4x - x^2)\mathrm{d}x - \frac{1}{2}\cdot(4-a)\cdot(4a-a^2)$ 1
- Een primitieve van $4x - x^2$ is $2x^2 - \frac{1}{3}x^3$ 1
- $\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^{4-a} = 2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3$ 1
- $\frac{1}{2}\cdot(4-a)\cdot(4a-a^2) = \frac{1}{2}\cdot(4-a)\cdot a\cdot(4-a) = \frac{1}{2}a(4-a)^2$ 1
- $2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ herleiden tot $\frac{1}{6}(4-a)^3$ 2

3 maximumscore 5

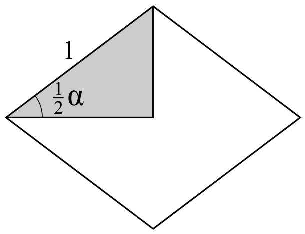
- De oppervlakte van V is $\frac{1}{6}(4-0)^3 = \frac{32}{3}$ — 2
- $\frac{1}{6}(4-a)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3}$ — 1
- $(4-a)^3 = 32$ — 1
- $a = 4 - \sqrt[3]{32}$ — 1

of

- De oppervlakte van V is $\int_0^4 (4x - x^2)\mathrm{d}x = \left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^4$ — 1
- De oppervlakte van V is $\frac{32}{3}$ — 1
- $\frac{1}{6}(4-a)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3}$ — 1
- $(4-a)^3 = 32$ — 1
- $a = 4 - \sqrt[3]{32}$ — 1

Onderzetter

4 maximumscore 3



- Elke ruit bestaat uit vier rechthoekige driehoeken met hoek $\frac{1}{2}\alpha$ en schuine zijde 1 — 1
- De rechthoekszijden van zo'n driehoek zijn $\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ en $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1
- Hieruit afleiden dat $l = 10\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ en $b = 6\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1

5 maximumscore 4

- Als $l = 8$ dan $\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{4}{5}$ — 1
- $\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + \cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = 1$ — 1
- Hieruit volgt (omdat $0 \le \frac{1}{2}\alpha \le \frac{1}{2}\pi$) $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{3}{5}$ — 1
- $b = 6 \cdot \frac{3}{5} = 3\frac{3}{5}$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

6 **maximumscore 5**

- $b'(\alpha) = 3\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ 1
- $l'(\alpha) = -5\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ 1
- Opgelost moet worden $3\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = 5\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van α is 1,08 1

7 **maximumscore 5**

- OQ is de schuine zijde van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden $3\sin(\frac{1}{2}\alpha)$ en $2\cos(\frac{1}{2}\alpha)$ 2
- $OQ^2 = (3\sin(\frac{1}{2}\alpha))^2 + (2\cos(\frac{1}{2}\alpha))^2$ 1
- $OQ^2 = 9\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 4\cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ 1
- Dus $OQ = \sqrt{4\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 4\cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)} = \sqrt{4 + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$ 1

8 **maximumscore 4**

- Er moet gelden: $OP = OQ$ 1
- Opgelost moet worden $5\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \sqrt{4 + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van α is 1,98 1

Opmerking
Als (ten onrechte) is uitgegaan van l = b voor deze vraag geen punten toekennen.

Aan een cirkel rakende rechthoeken

9 maximumscore 4

- De cirkel met middelpunt A en straal 4 cm snijdt c in twee punten; deze twee punten D tekenen — 2
- De lijn door het midden van AD en M snijdt c in E; de vier punten E tekenen — 2

of

- De cirkel met middelpunt A en straal 4 cm snijdt c in twee punten; deze twee punten D tekenen — 2
- De middelloodlijn van AD snijdt c in E; de vier punten E tekenen — 2

Opmerking
Als twee van de vier punten E gevonden zijn, maximaal 3 punten toekennen.

10 maximumscore 5

- N ligt op p en $\angle DCB = 90°$, dus $NM = NC$; *parabool* — 2
- $NM = NC$ en $NC = ND$, dus M ligt op de cirkel met middellijn CD; *(cirkel)* — 2
- Dus $\angle CMD = 90°$; *Thales* — 1

of

- N ligt op p en $\angle DCB = 90°$, dus $NM = NC$; *parabool* — 2
- $\angle NMC = \angle NCM = \alpha$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- $NM = NC$ en $NC = ND$, dus $NM = ND$ en hieruit volgt $\angle NMD = \angle NDM = \beta$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- In driehoek CDM geldt: $2\alpha + 2\beta = 180°$; *hoekensom driehoek,* dus $\angle CMD = \alpha + \beta = 90°$ — 1

Condensatoren

11 maximumscore 3

- $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}=\frac{12}{20}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{20}}$ — 2
- $t=0$ invullen geeft $\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}=\frac{12}{20}$ (dus de snelheid is 0,6 volt/seconde) — 1

12 maximumscore 6

- De limietspanning van de condensator is 12 (volt) — 1
- Opgelost moet worden de vergelijking $12\cdot\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{20}}\right)=0{,}90\cdot 12$ — 2
- Hieruit volgt $\mathrm{e}^{-\frac{t}{20}}=0{,}10$ — 1
- $t=-20\cdot\ln 0{,}10$ — 1
- $t\approx 46$ (dus het duurt 46 seconden) — 1

13 maximumscore 6

- Er moet gelden: $12\cdot\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{10}{2000C_s}}\right)\geq 10$ — 1
- Beschrijven hoe deze ongelijkheid opgelost kan worden — 1
- $C_s\leq 0{,}00279$ — 1
- $C_s=\frac{1}{\frac{1}{0{,}01}\cdot n}$ — 1
- Beschrijven hoe $\frac{1}{\frac{1}{0{,}01}\cdot n}\leq 0{,}00279$ opgelost kan worden — 1
- Er zijn minimaal 4 condensatoren nodig — 1

of

- Een aanpak waarbij bij verschillende aantallen condensatoren de benodigde tijd wordt berekend — 1
- Drie condensatoren in serie hebben een capaciteit van $\frac{1}{\frac{1}{0{,}01}\cdot 3}=\frac{1}{300}$ — 1
- Oplossen van $12\cdot(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{2000\cdot\frac{1}{300}}})=10$ geeft $t\approx 11{,}9$ — 1
- Vier condensatoren in serie hebben een capaciteit van $\frac{1}{\frac{1}{0{,}01}\cdot 4}=\frac{1}{400}$ — 1
- Oplossen van $12\cdot(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{2000\cdot\frac{1}{400}}})=10$ geeft $t\approx 9{,}0$ — 1
- Er zijn minimaal 4 condensatoren nodig — 1

Een rechthoek in stukken

14 maximumscore 5

- Er moet gelden: $(3-p)\left(1-\frac{1}{p}\right)=\frac{1}{2}$ — 1
- Haakjes uitwerken geeft $3-\frac{3}{p}-p+1=\frac{1}{2}$ — 1
- Herleiden van deze vergelijking tot $p^2-3\frac{1}{2}p+3=0$ — 1
- $(p-2)(p-1\frac{1}{2})=0$, dus $p=1\frac{1}{2}$ of $p=2$
  (of: $p=\dfrac{3\frac{1}{2}\pm\sqrt{12\frac{1}{4}-12}}{2}$ geeft $p=1\frac{1}{2}$ of $p=2$) — 2

15 maximumscore 5

- De afgeleide van de som is $\frac{4}{3}\left(-1+\dfrac{3}{p^2}\right)$ — 2
- $\frac{4}{3}\left(-1+\dfrac{3}{p^2}\right)=0$ geeft $p^2=3$ — 2
- De som is maximaal als $p=\sqrt{3}$ ($p=-\sqrt{3}$ voldoet niet) — 1

Logaritmen en vierde macht

16 maximumscore 6

- $L(p)=f(p)-g(p)=4\cdot\ln p-(\ln p)^4$ (met $L(p)$ de lengte van AB) — 1
- $L'(p)=4\cdot\dfrac{1}{p}-4(\ln p)^3\cdot\dfrac{1}{p}$ — 2
- AB is maximaal als $L'(p)=4\cdot\dfrac{1}{p}(1-(\ln p)^3)=0$ — 1
- Dit geeft $\ln p=1$ (dus $p=e$) — 1
- De maximale lengte is $4\cdot1-1^4=3$ — 1

of

- $f'(p)=4\cdot\dfrac{1}{p}$ — 1
- $g'(p)=4(\ln p)^3\cdot\dfrac{1}{p}$ — 1
- AB is maximaal als $f'(p)-g'(p)=0$ — 1
- Dit geeft $4\cdot\dfrac{1}{p}=4(\ln p)^3\cdot\dfrac{1}{p}$ — 1
- Hieruit volgt $\ln p=1$ (dus $p=e$) — 1
- De maximale lengte is $4\cdot1-1^4=3$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een geodriehoek

17 maximumscore 4

- $AB = BC$ en $AB \perp BC$, dus $\angle ACB = 45°$; *gelijkbenige rechthoekige driehoek* 1
- $\angle ACE = 180° - \angle ACB = 135°$; *gestrekte hoek* 1
- $\angle ACE + \angle ADE = 135° + 45° = 180°$, dus $ACED$ is een koordenvierhoek; *koordenvierhoek* 2

18 maximumscore 4

- A, C, E en D liggen op een cirkel; *koordenvierhoek* 1
- $\angle AED = \angle ACD = 90°$; *constante hoek*, dus driehoek AED is rechthoekig 1
- $\angle DAE = 180° - 90° - 45° = 45°$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle ADE = \angle DAE$, dus driehoek AED is gelijkbenig (en rechthoekig en is dus een geodriehoek); *gelijkbenige driehoek* 1